



College voor Examens

WISKUNDE A HAVO

Syllabus centraal examen 2012

Beschikbaar gesteld door de Universiteit Leiden en Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).

Voor alle eindexamens, zie www.afceexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie ook www.examencursus.com.

November 2010

Verantwoording:

© 2010 College voor Examens vwo, havo, vmbo, Utrecht.

Alle rechten voorbehouden. Alles uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enige andere manier zonder voorafgaande toestemming van de uitgever.

Beschikbaar gesteld door de Universiteit Leiden en Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie ook www.examencursus.com.

Inhoud

Voorwoord	3
1. Het centraal examen havo	4
2. Specificatie van de globale eindtermen voor het CE	5
Domein A: Vaardigheden	5
Domein B: Veranderingen.....	6
Domein C: Tellen en kansen.....	7
Domein D: Statistiek.....	7
Domein E: Verbanden.....	8
Domein G: De binomiale verdeling	9
3. Algebraïsche kennis, vaardigheden en inzicht	10
Bewerkingen met breuken	10
Vergelijkingen oplossen van de eerste graad met behulp van een standaardalgoritme	12
Bijlage: Examenprogramma Wiskunde A havo	14

Voorwoord

De minister heeft de examenprogramma's op hoofdlijnen vastgesteld. In het examenprogramma zijn de exameneenheden aangewezen waarover het centraal examen (CE) zich uitstrekt: het CE-deel van het examenprogramma. Het examenprogramma geldt tot nader orde.

Het College voor Examens (CvE - voorheen CEVO¹) geeft in een syllabus, die in beginsel jaarlijks verschijnt, een toelichting op het CE-deel van het examenprogramma. Behalve een beschrijving van de exameneisen voor een centraal examen kan de syllabus verdere informatie over het centraal examen bevatten, bijvoorbeeld over een of meer van de volgende onderwerpen: specificaties van examenstof, begrippenlijsten, bekend veronderstelde onderdelen van domeinen of exameneenheden die verplicht zijn op het schoolexamen, bekend veronderstelde voorkennis uit de onderbouw, bijzondere vormen van examinering (zoals computerexamens), voorbeeldopgaven, toelichting op de vraagstelling, toegestane hulpmiddelen.

Ten aanzien van de syllabus is nog het volgende op te merken. De functie ervan is een leraar in staat te stellen zich een goed beeld te vormen van wat in het centraal examen wel en niet gevraagd kan worden. Naar zijn aard is een syllabus dus niet een volledig gesloten en afgebakende beschrijving van alles wat op een examen zou kunnen voorkomen. Het is mogelijk, al zal dat maar in beperkte mate voorkomen, dat op een CE ook iets aan de orde komt dat niet met zo veel woorden in deze syllabus staat, maar dat naar het algemeen gevoelen in het verlengde daarvan ligt.

Een syllabus is zodoende een hulpmiddel voor degenen die anderen of zichzelf op een centraal examen voorbereiden. Een syllabus kan ook behulpzaam zijn voor de producenten van leermiddelen en voor nascholingsinstanties. De syllabus is *niet* van belang voor het schoolexamen. Daarvoor zijn door de SLO handreikingen geproduceerd die niet in deze uitgave zijn opgenomen.

Deze syllabus geldt voor het examenjaar 2012. Syllabi van eerdere jaren zijn niet meer geldig en kunnen van deze versie afwijken. Voor het examenjaar 2013 wordt een nieuwe syllabus vastgesteld. Het CvE publiceert uitsluitend digitale versies van de syllabi. Dit gebeurt via Examenblad.nl (www.examenblad.nl), de officiële website voor de examens in het voortgezet onderwijs. In de syllabi 2012 zijn de wijzigingen ten opzichte van de vorige syllabus voor het examenjaar 2011 duidelijk zichtbaar. Deze veranderingen zijn geel gemarkeerd. Er zijn diverse vakken waarbij de syllabus 2012 geen inhoudelijke veranderingen heeft ondergaan.

Een syllabus kan zo nodig ook tussentijds worden aangepast, bijvoorbeeld als een in de syllabus beschreven situatie feitelijk veranderd is. De aan een centraal examen voorafgaande Septembermededeling is dan het moment waarop dergelijke veranderingen bekendgemaakt worden. Kijkt u voor alle zekerheid jaarlijks in september op Examenblad.nl.

Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de toetsen van het centraal examen vast en de wijze waarop het centraal examen wordt afgenomen. Deze vaststelling wordt gepubliceerd in het rooster voor de centrale examens en in de Septembermededeling.

Voor opmerkingen over syllabi houdt het CvE zich steeds aanbevolen. U kunt die zenden aan info@cve.nl of aan CvE, Postbus 315, 3500 AH Utrecht.

De voorzitter van het College voor Examens,
Drs. H.W. Laan

¹ Op 1 oktober 2009 is de CEVO (Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven) opgegaan in het CvE. De CEVO bestaat niet meer, maar besluiten van de CEVO, onder meer over de syllabi, blijven van kracht zolang deze niet herzien zijn door het CvE.

1. Het centraal examen havo

1.1 Hulpmiddelen

Raadpleeg hiervoor het Examenblad, www.examenblad.nl.

1.2 Significantie

Er wordt van kandidaten bij wiskunde A niet verlangd dat zij kennis hebben van regels voor het aantal significante cijfers. Daarom zal bij vragen op het centraal examen worden aangegeven in welke nauwkeurigheid een antwoord dient te worden gegeven of er zal genoeg worden genomen met antwoorden in uiteenlopende aantallen decimalen.

1.3 Algebraïsche vaardigheden

Hoewel de grafische rekenmachine een krachtig hulpmiddel is, ook bij het oplossen van vergelijkingen, dient de kandidaat ook te beschikken over algebraïsche vaardigheden. Zie subdomein A5 en een uitgebreide toelichting daarop in hoofdstuk 3.

1.4 Verdeling examinering CE/SE

Het centraal examen heeft betrekking op de (sub)domeinen A5, B, C, D3, E en G in combinatie met de vaardigheden uit de subdomeinen A1, A2 en A3.

In schema:

domein	subdomein + eindtermen	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden	A1: Informatievaardigheden	X	X	
	A2: Onderzoeksvaardigheden	X	X	
	A3: Technisch-instrumentele vaardigheden	X	X	
	A4: Oriëntatie op studie en beroep		X	
	A5: Algebraïsche vaardigheden	X	X	
B Veranderingen	B1: Tabellen	X		X
	B2: Grafieken	X		X
	B3: Veranderingen	X		X
C Tellen en kansen	C1: Tellen	X		X
	C2: Kansen	X		X
D Statistiek	D1: Populatie en steekproef		X	
	D2: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens		X	
	D3: De normale verdeling	X		X
E Verbanden	E1: Formules met 2 of meer variabelen	X		X
	E2: Lineaire verbanden	X		X
	E3: Exponentiële verbanden	X		X
F Toegepaste analyse	F1: Exponentiële functies		X	
	F2: Gebroken lineaire functies en machtsfuncties		X	
G Binomiale verdeling	G1: Telproblemen	X		X
	G2: Rekenen met kansen	X		X
	G3: Binomiale verdeling	X		X

Van de (sub)domeinen die in het centraal examen worden getoetst, staat een gedetailleerder beschrijving in hoofdstuk 2.

2. Specificatie van de globale eindtermen voor het CE

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Informatievaardigheden

1. De kandidaat kan, mede met behulp van ICT, informatie verwerven, selecteren, verwerken, beoordelen en presenteren.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 1.1 artikelen of berichten uit (nieuws)media of vakliteratuur waarin wiskundige presentaties, redeneringen of berekeningen voorkomen, kritisch analyseren.
- 1.2 informatie verwerven en selecteren uit schriftelijke, mondelinge en audiovisuele bronnen, mede met behulp van ICT. Zo lang het nog een schriftelijk eindexamen is, beperkt deze eindterm zich tot het selecteren van informatie uit een gegeven context.
- 1.3 benodigde gegevens halen en interpreteren uit grafieken, tekeningen, simulaties, schema's, diagrammen en tabellen, mede met behulp van ICT.
- 1.4 gegevens weergeven in grafieken, tekeningen, schema's, diagrammen en tabellen, mede met behulp van ICT.
- 1.5 hoofd- en bijzaken onderscheiden.
- 1.6 feiten met bronnen verantwoorden.
- 1.7 informatie analyseren, schematiseren en structureren.
- 1.8 de betrouwbaarheid beoordelen van informatie en de waarde daarvan vaststellen voor het op te lossen probleem of te maken ontwerp.

Subdomein A2: Onderzoeksvaardigheden

2. De kandidaat kan een gegeven probleemsituatie inventariseren, vertalen in een wiskundig model, binnen dat model wiskundige oplostechieken hanteren en de gevonden oplossingen betekenis geven in de context.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 2.1 logische relaties tussen gegevens, beweringen en resultaten aanbrengen en beoordelen en relevante gegevens scheiden van minder relevante gegevens.
- 2.2 gegevens met elkaar en met de probleemstelling in verband brengen, op grond daarvan een passende aanpak kiezen en deze zo mogelijk opsplitsen in deeltaken.
- 2.3 in een tekst verstrekte gegevens doelmatig weergeven in een geschikte wiskundige representatie (model).
- 2.4 vaststellen of een gekozen model voldoet en, indien nodig, een bijstelling hiervan suggereren.
- 2.5 vaststellen of er aanvullende gegevens nodig zijn en zo ja, welke.
- 2.6 onderzoeken in hoeverre het model bijgesteld moet worden ten gevolge van wijzigingen in de gegevens.
- 2.7 een bij het model passende wiskundige oplossingsmethode correct uitvoeren.
- 2.8 resultaten betekenis geven in de context en binnen die context kritisch analyseren.
- 2.9 de nauwkeurigheid van de gegevens of werkwijzen betrekken bij de beoordeling van het eindresultaat.
- 2.10 reflecteren op de gemaakte keuzen voor representatie, werkwijze, oplossingsproces en resultaten en deze onder woorden brengen.

Subdomein A3: Technisch-instrumentele vaardigheden

3. De kandidaat kan bij raadplegen, verkennen en presenteren van wiskundige informatie en bij uitvoeren van wiskundige bewerkingen en redeneringen gebruik maken van toepassingen van ICT.

Beschikbaar gesteld door de Universiteit Leiden en Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).

Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie ook www.examencursus.com.

Subdomein A5: Algebraïsche vaardigheden

5. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden en formules, heeft daar inzicht in en kan de bewerkingen uitvoeren met, maar ook zonder, gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine.

Specificatie

De kaders voor dit subdomein worden geschetst in hoofdstuk 3.

Domein B: Veranderingen

Subdomein B1: Tabellen

6. De kandidaat kan een tabel opstellen op basis van gegevens uit een tekst, een grafiek, een formule of andere tabellen en tabellen aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere tabellen, grafieken, formules of tekst.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 6.1 in een situatie de relevante variabelen vaststellen en daarmee een bij die situatie passende tabel opstellen.
- 6.2 bijzonderheden van een tabel beschrijven met woorden.
- 6.3 waarden aflezen uit een tabel en daaruit conclusies trekken.
- 6.4 twee of meer tabellen met eenzelfde variabele vergelijken en conclusies trekken over de situaties die deze tabellen beschrijven.
- 6.5 een tabel in verband brengen met een grafiek, formule of tekst.
- 6.6 een tabel opstellen aan de hand van andere tabellen, een grafiek, een formule of een tekst.
- 6.7 onderscheiden of de frequenties in een tabel absoluut of relatief zijn.

Subdomein B2: Grafieken

7. De kandidaat kan een grafiek tekenen op basis van gegevens uit een tekst, een tabel, een formule of andere grafieken en grafieken aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere grafieken, formules of tekst.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 7.1 in een situatie de relevante variabelen vaststellen en daarmee een bij die situatie passende grafiek tekenen.
- 7.2 bijzonderheden van een grafiek beschrijven met woorden, bijvoorbeeld vaststellen of er bij een gegeven grafiek sprake is van schommeling, periodiciteit of trend.
- 7.3 waarden aflezen uit een grafiek en daaruit conclusies trekken.
- 7.4 een grafiek tekenen aan de hand van andere grafieken, een tabel, een formule of een tekst.
- 7.5 een globale grafiek tekenen en interpreteren.
- 7.6 interpoleren en extrapoleren op grond van een gegeven grafiek.
- 7.7 twee of meer grafieken met eenzelfde variabele vergelijken en conclusies trekken over de situaties die deze grafieken beschrijven.
- 7.8 overeenkomsten en verschillen van grafieken waarvan de formules met elkaar in verband staan, beschrijven met woorden.
- 7.9 snijpunten van grafieken aflezen, berekenen (of benaderen) en interpreteren binnen de gegeven situatie.
- 7.10 conclusies trekken uit grafieken in verband met ongelijkheden.
- 7.11 gebieden begrensd door grafieken interpreteren en gebruiken om beslissingen te nemen.

Subdomein B3: Veranderingen

8. De kandidaat kan over een grafiek uitspraken doen over stijgen, dalen, maximum en minimum en is in staat veranderingen te beschrijven middels differenties, hellingen en toenamediagrammen.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 8.1 vaststellen op welke intervallen er sprake is van een constant, een stijgend of een dalend verloop van een grafiek.
- 8.2 vaststellen of een stijging/daling toenemend of afnemend is.
- 8.3 vaststellen of er maxima en/of minima zijn en uit een tabel of grafiek aflezen hoe groot deze zijn.
- 8.4 veranderingen beschrijven en vergelijken met behulp van differenties (bv. Δx), differentiequotiënten (bv. $\frac{\Delta K}{\Delta x}$) of hellingscoëfficiënten.
- 8.5 een toenamediagram bij een gegeven grafiek of tabel tekenen en daaruit conclusies trekken.

Domein C: Tellen en kansen

Subdomein C1: Tellen

9. De kandidaat kan in een tekst beschreven telproblemen visualiseren met een schema of diagram, dergelijke visualiseringen interpreteren en aantallen mogelijkheden berekenen.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 9.1 naar aanleiding van een tekst voor een telprobleem een geschikte visualisatie kiezen zoals een boomdiagram, een wegendiagram of een rooster en daarmee het probleem oplossen.
- 9.2 het aantal routes in een rooster berekenen, bijvoorbeeld met de driehoek van Pascal.
- 9.3 bij telproblemen vaststellen of er sprake is van rangschikken met herhaling of van rangschikken zonder herhaling.

Subdomein C2: Kansen

10. De kandidaat kan in een tekst beschreven kansproblemen analyseren, visualiseren met een schema en diagram en kansen berekenen.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 10.1 empirische kansen berekenen op grond van statistische gegevens, het herhaald uitvoeren van een kansexperiment of een simulatie.
- 10.2 de overgang beschrijven van empirische kansen naar kansen vanuit een intuïtief begrip van de wet van de grote aantallen.
- 10.3 in eenvoudige gevallen kansen berekenen op grond van symmetrieveronderstellingen en/of systematisch tellen.
- 10.4 visualiseringen zoals boomdiagrammen tekenen en interpreteren.
- 10.5 kanshistogrammen tekenen en interpreteren.

Domein D: Statistiek

Subdomein D3: De normale verdeling

13. De kandidaat kan het normale verdelingsmodel gebruiken voor het berekenen van kansen, relatieve frequenties, gemiddelde of standaardafwijking.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 13.1 de normale verdeling gebruiken als continu model bij zogenaamde klokvormige frequentieverdelingen.
- 13.2 het gemiddelde en de standaardafwijking van een steekproef gebruiken als karakteristieken van een normale verdeling.
- 13.3 de twee vuistregels hanteren voor het percentage afwijkingen van het gemiddelde in relatie tot de standaardafwijking bij een normale verdeling.
- 13.4 berekeningen uitvoeren binnen een normale verdelingsmodel.

Domein E: Verbanden

Subdomein E1: Formules met twee of meer variabelen

14. De kandidaat kan door substitutie in een formule waarden berekenen en een formule opstellen of wijzigen op basis van gegeven informatie.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 14.1 door substitutie in een formule waarden berekenen.
- 14.2 een formule opstellen aan de hand van andere formules.
- 14.3 een formule wijzigen op grond van in een tekst gegeven informatie.

Subdomein E2: Lineaire verbanden

15. De kandidaat kan bij een lineair verband een formule opstellen en een grafiek tekenen, met lineaire verbanden berekeningen uitvoeren zoals interpolatie en extrapolatie, lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en uitkomsten interpreteren.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 15.1 een verband tussen evenredige grootheden uitdrukken in een formule.
- 15.2 grafieken van het type $y = ax + b$ tekenen en interpreteren.
- 15.3 een formule opstellen bij een lineair verband dat in een tabel, grafiek of tekst gegeven is.
- 15.4 waarden vinden door lineaire interpolatie en extrapolatie.
- 15.5 eerstegraadsvergelijkingen oplossen en interpreteren binnen de context.
- 15.6 het snijpunt van twee lineaire grafieken berekenen en interpreteren binnen de context.
- 15.7 de oplossing van een lineaire ongelijkheid grafisch aflezen en interpreteren binnen de context.

Subdomein E3: Exponentiële verbanden

16. De kandidaat kan exponentiële processen herkennen, met formules beschrijven, in grafieken weergeven en er berekeningen aan uitvoeren.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 16.1 vaststellen of een groeiproces bij benadering exponentieel verloopt.
- 16.2 met beginwaarde, groeifactor, groeipercentage, halveringstijd en verdubbelingstijd berekeningen uitvoeren.
- 16.3 een formule opstellen bij een exponentieel verband tussen twee grootheden.
- 16.4 grafieken tekenen en interpreteren bij formules van het type $y = a \cdot b^x$.

Domein G: De binomiale verdeling

Subdomein G1: Telproblemen

19. De kandidaat kan permutaties en combinaties onderscheiden en berekenen.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 19.1 het aantal permutaties van k uit n berekenen.
- 19.2 het aantal combinaties van k uit n berekenen.

Subdomein G2: Rekenen met kansen

20. De kandidaat kan kansproblemen vertalen naar een vaasmodel en met behulp van rekenregels (somregel, productregel en complementregel) kansen en verwachtingswaarden berekenen.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 20.1 kansexperimenten vertalen in het trekken van balletjes uit een vaas en daarbij onderscheid maken tussen trekken met terugleggen en trekken zonder terugleggen, in het laatste geval al dan niet lettend op de volgorde.
- 20.2 kansen berekenen in eenvoudige kansmodellen door gebruik te maken van de somregel, productregel en complementregel.
- 20.3 op grond van kansen of empirische kansen de verwachtingswaarde van een toevalsvariabele berekenen en interpreteren.

Subdomein G3: De binomiale verdeling

21. De kandidaat kan geschikte kansexperimenten vertalen naar een binomiaal kansmodel en binnen het model berekeningen uitvoeren.

Specificatie

De kandidaat kan:

- 21.1 vaststellen of een kansexperiment vertaald kan worden naar het model van de binomiale verdeling.
- 21.2 uitleggen wanneer het trekken van een aselechte steekproef uit een populatie benaderd mag worden met het model van de binomiale verdeling.
- 21.3 een binomiaal kansexperiment visualiseren in toevalswandelingen langs de lijnen van een rooster.
- 21.4 berekeningen uitvoeren binnen een binomiaal kansmodel.

3. Algebraïsche kennis, vaardigheden en inzicht

In dit hoofdstuk worden de algebra-eisen beschreven die aan examenkandidaten havo wiskunde A worden gesteld. Het gaat hier om algebraïsche vaardigheden die in het kader van het CE getoetst kunnen worden. De voorbeelden komen uit de op het ogenblik gebruikte methodes of examenopgaven van de afgelopen jaren. Uiteraard kunnen ook de examens van 2009 en 2010 als voorbeeld gebruikt worden.

Algebraïsche vaardigheden komen bij wiskunde A alleen in niet-wiskundige contexten voor. Waar kale oefeningen als voorbeeld gegeven zijn, moeten die gezien worden als een mogelijke tussenstap in een uitwerking of oplossing.

Bewerkingen met breuken

$$I \quad A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C}$$

$$II \quad \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

Voorbeelden:

1. $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot 3 = \frac{9}{20}$

2. Een proefwerk bestaat uit meerkeuzevragen met bij iedere vraag vier mogelijke antwoorden. Een leerling gokt de antwoorden op de laatste drie vragen. Laat zien dat de kans op slechts één goed antwoord in de laatste drie vragen gelijk is aan $P(1 \text{ goed}) = \frac{27}{64}$

3. Wat voor iemand een gezond gewicht is, hangt onder andere af van de lichaamslengte. In de literatuur vind je verschillende methoden om het gewicht te bepalen aan de hand van de lichaamslengte.

Een van die methoden levert als ideaal gewicht voor vrouwen:

$$G = 100 \cdot L - 110$$

Hierin is G het gewicht in kilogrammen en L de lengte in meters.

We noemen dit even formule (1).

Naast verschillende formules die een verband aangeven tussen het (ideale) gewicht G en de lengte L , maakt men ook vaak gebruik van de Body Mass Index, de BMI.

De formule van de BMI ziet er als volgt uit:

$$BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G$$

- a. Bereken BMI van een vrouw die 176 cm lang is en het ideale gewicht heeft volgens formule (1).

Wanneer een vrouw een ideaal gewicht heeft dat voldoet aan formule (1) kunnen we de formule voor de BMI zo schrijven dat deze alleen nog afhangt van de lengte L .

- b. Schrijf op hoe de formule voor de BMI er dan uit ziet. Schrijf het antwoord als één breuk.

4. In een vaas zitten 100 knikkers, 40 rode en 60 witte. Iemand trekt blindelings twee knikkers tegelijk uit de vaas.

- a. Bereken de kans dat dit twee rode knikkers zijn.

De kans dat bij zo'n trekking twee rode knikkers te voorschijn komen, hangt natuurlijk af van het aantal rode knikkers, dat in de vaas zit. Veronderstel dat dit aantal gelijk is aan r , en dat de rest van de knikkers wit is. Dan is de kans dat er twee knikkers getrokken worden, gelijk aan

$$K(2 \text{ keer rood}) = \frac{r^2 - r}{9900}.$$

b. Laat zien dat deze formule juist is.

5. Memory (naar HAVO wiskunde A1,2 2002-1)

Memory is een spel dat je speelt met kaarten. Op iedere kaart staat een plaatje. Elk plaatje komt twee keer voor. Bij het begin van het spel liggen de kaarten op tafel met de plaatjes naar beneden. Als je aan de beurt bent, mag je twee kaarten omdraaien. Zijn de plaatjes hetzelfde, dan pak je de twee kaarten weg en mag je nog een keer. Zijn de plaatjes verschillend, dan leg je de kaarten weer met de plaatjes naar beneden op hun plaats en is de volgende speler aan de beurt. Wie de meeste kaarten verzamelt, wint het spel.

Peter en Anneke spelen Memory met 16 kaarten, dus met 8 verschillende plaatjes. Peter is als eerste aan de beurt en draait twee kaarten om.

a. Bereken de kans op twee kaarten met dezelfde plaatjes.

In de rest van deze opgave spelen Rianne en Widolf het spel met acht kaarten. De plaatjes zijn: 2 vierkanten, 2 cirkels, 2 driehoeken en 2 rechthoeken. Rianne mag beginnen.

b. Bereken de kans dat zij in haar eerste beurt alle kaarten wegpakt.

6. (HA1,2 2005-1 vrg 12)

Een winkelier verkoopt per jaar 1200 dvd-spelers, gelijkmatig over het jaar gespreid.

Eén groothandel levert die dvd-spelers aan de winkelier. Elke keer als de groothandel een bestelling dvd-spelers aflevert, is de voorraad precies op. Voor iedere bestelling rekent de groothandel 400 euro bestelkosten, onafhankelijk van het aantal bestelde dvd-spelers. Het in voorraad houden van een dvd-speler kost de winkelier 16 euro per jaar.

Er is niet genoeg magazijnruimte om alle 1200 dvd-spelers in één keer te bestellen. Dat is ook duur, want het zou betekenen dat er in dat jaar een gemiddelde voorraad zou zijn van $\frac{1}{2} \times 1200$

dvd-spelers. Dat zou $1 \times 400 + \frac{1}{2} \times 1200 \times 16 = 10000$ euro kosten voor het bestellen en in voorraad houden. Het lijkt goedkoper als de winkelier vaker per jaar een kleiner aantal dvd-spelers bestelt.

Het aantal dvd-spelers dat de winkelier per keer bestelt, noemen we x . De winkelier bestelt elke keer evenveel dvd-spelers.

De totale kosten in euro per jaar voor het bestellen en in voorraad houden van de dvd-spelers noemen we K .

Met de volgende formule kan de winkelier K berekenen:

$$K = \frac{480000}{x} + 8x$$

b. Leid deze formule af uit de gegevens over bestelkosten en voorraadkosten van de 1200 dvd-spelers.

7. (HA1,2 2004-1 vrg 21)

Tot nu toe ging het over toetsen met 40 vierkeuzevragen. Zo'n toets kan ook een ander aantal vragen hebben. De volgende formule is dan handig:

$$C = 12 \cdot \frac{G}{V} - 2$$

In deze formule is

* C het cijfer. Als C lager dan 1 uitkomt, wordt het cijfer een 1;

* G het aantal goed beantwoorde vragen;

* V het aantal vragen van de toets.

Een klasgenoot van Arina moet een toets inhalen. Hij vraagt aan Arina uit hoeveel vragen de toets bestond. Arina herinnert zich dat niet meer. Zij weet nog wel dat zij er 42 goed had met als resultaat een 7,7.

a. Bereken het aantal vragen van deze toets.

Vergelijkingen oplossen van de eerste graad met behulp van een standaardalgoritme

Voorbeelden:

1. Los op: $2x - 4 = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$.
2. Los op: $\frac{4}{3}(3x - 2) - \frac{1}{3} = 2x + 3$
3. Bereken de x-waarde van het snijpunt van de grafieken van $y = 78 + 2,1x$ en $y = 6x + 7$
4. Wat voor iemand een gezond gewicht is, hangt onder andere af van de lichaamslengte. In de literatuur vind je verschillende methoden om het gewicht te bepalen aan de hand van de lichaamslengte.
Formule 1: $G = L - 110$.
Formule 2: $G = 45,4 + 0,89 \cdot (L - 152,4)$

In beide formules is L de lengte in centimeters en G het gewicht in kilogrammen.

Beide formules leveren, bij een gegeven lengte, meestal verschillende uitkomsten.

a. Bereken welke formule de grootste uitkomst oplevert voor een vrouw die 1,72 m lang is.

Formule 2 is te schrijven in de vorm $G = a \cdot L + b$

b. Bereken a en b .

c. Bereken de waarde van L in millimeters nauwkeurig waarvoor beide formules hetzelfde gewicht geven.

Antwoorden

a.

- Bij een lengte van 1,72 m is $L = 172$
- Formule 1 levert: $G = 172 - 110 = 62$
- Formule 2 levert: $G = 45,4 + 0,89 \cdot (172 - 152,4) = 62,844$
- Conclusie: Formule 2 levert de grootste uitkomst

b.

- $G = 45,4 + 0,89 \cdot (L - 152,4) = 45,4 + 0,89 \cdot L - 0,89 \cdot 152,4$
- Dit is te herschrijven tot $G = 0,89 \cdot L - 90,236$
- Dus $a = 0,89$ en $b = -90,236$

c.

- Er moet worden opgelost: $L - 110 = 45,4 + 0,89 \cdot (L - 152,4)$
- Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR of algebraïsch) kan worden opgelost
- Het antwoord: $L = 179,7$

5. Een autoverhuurbedrijf berekent de prijs voor een dag autoverhuur met de formule $P1 = 40 + 0,56 k$.
Een tweede bedrijf berekent de huurprijs volgens $P2 = 64 + 0,40 k$
 $P1$ en $P2$ is de prijs in euro's en k is het aantal gereden kilometers.
a. Bereken bij welke afstand de bedrijven even duur zijn.
6. Een fabrikant verkoopt vazen voor €5,- per stuk. Bij het maken van de vazen berekent hij zijn kosten per dag volgens $K = 1600 + 3v$. Hierin is K de kosten in euro's en v het aantal geproduceerde vazen.
a. Geef de formule voor de opbrengst O in euro's, afhankelijk van het aantal verkochte vazen.
b. Bereken vanaf welk aantal verkochte vazen de fabrikant winst maakt.

7. **Leidingwater** (naar VWO wiskunde A1, 2002-1)

Voor de levering van leidingwater brengen de waterleidingmaatschappijen elk jaar kosten in rekening. Deze kosten bestaan onder andere uit verbruikskosten, vastrecht en BTW.

In het jaar 1999 gaat de WMO, de Waterleiding Maatschappij Overijssel, bij de berekening van de kosten als volgt te werk:

- elke m^3 water kost f 2,45
- het vastrecht per jaar bedraagt f 30,-
- over de eerste f 60,- (inclusief het vastrecht) betaalt de afnemer 6% BTW en over de rest 17,5%.

In 1999 gebruikt het Overijsselse gezin Akink $130 m^3$ water. Dit gezin betaalt hiervoor f 54,09 aan BTW.

a. Laat door een berekening zien dat dit BTW-bedrag juist is.

Bij een lage hoeveelheid is alleen het lage BTW-tarief van kracht.

Voor de kosten K_{1999} die je betaalt, geldt dan de volgende formule:

$$K_{1999} = 1,06 \cdot (2,45x + 30)$$

Hierbij is K_{1999} in gulden en x het jaarlijks verbruik in m^3 .

Deze formule is te schrijven in de vorm $K_{1999} = a \cdot x + b$.

b. Bereken a en b .

Zoals hierboven vermeld, geldt de bovenstaande formule $K_{1999} = 1,06 \cdot (2,45x + 30)$ alleen voor een laag verbruik. Dit is een gevolg van het feit dat er, zoals gemeld, slechts bij de eerste f 60,- (inclusief het vastrecht) door de afnemer 6% BTW betaald wordt. Over de rest wordt 17,5% BTW betaald.

c. Bereken wat de maximale hoeveelheid water is die alleen onder het lage BTW-tarief valt.

Voor hoeveelheden die groter zijn, kunnen de jaarlijkse kosten K_{1999} in het jaar 1999 berekend worden met een andere formule.

Deze formule is te schrijven als: $K_{1999} = c \cdot x + d$

d. Toon aan dat c gelijk is aan 2,87875 en bereken d .

Antwoorden:

a.

- Voor de waterkosten zonder BTW en vastrecht betaalt men: $2,45 \cdot 130 = 318,50$ gulden
- Voor het vastrecht wordt $0,06 \cdot 30 = 1,80$ gulden aan BTW betaald
- Voor de 'eerste' 30 gulden waterkosten wordt $0,06 \cdot 30 = 1,80$ gulden aan BTW betaald
- Voor de resterende 288,50 gulden waterkosten wordt $0,175 \cdot 288,50 = 50,49$ gulden aan BTW betaald
- Totaal aan BTW wordt daarmee $50,49 + 1,80 = 54,09$ gulden

b.

- $K_{1999} = 1,06 \cdot (2,45x + 30) = 2,597 \cdot x + 31,8$
- Dus $a = 2,597$ en $b = 31,8$

c.

- Als je alleen het lage BTW-tarief in rekening gebracht krijgt, verbruik je voor hoogstens 30 gulden water (want je bent altijd al 30 gulden voor het vastrecht kwijt)

- Je waterverbruik is dan ten hoogste $\frac{30}{2,45} \approx 12,2449 m^3$

d.

- Als je $x m^3$ met x meer dan $12,2449 m^3$ verbruikt, betaal je daarvoor in ieder geval: $1,06 \cdot 60$ gulden voor de eerste 60 gulden inclusief vastrecht en inclusief laag tarief BTW
- Verder betaal je ook nog 2,45 gulden voor iedere 'extra' m^3 met daarop nog eens 17,5% BTW
- Dus betaal je voor iedere m^3 meer dan $12,2449 m^3$: 2,87875 gulden
- De formule wordt daarmee: $K_{1999} = 2,87875 \cdot x + 28,35$
- Dus a is inderdaad 2,87875 en $b = 28,35$

Bijlage: Examenprogramma Wiskunde A havo

Het eindexamen

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

- Domein A Vaardigheden
- Domein B Veranderingen
- Domein C Tellen en kansen
- Domein D Statistiek
- Domein E Verbanden
- Domein F Toegepaste analyse
- Domein G Binomiale verdeling.

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op de subdomeinen A5, B1, B2, B3, C1, C2, D3, E1, E2, E3, G1, G2 en G3, in combinatie met de vaardigheden uit de subdomeinen A1, A2 en A3.

De CEVO stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast.

De CEVO maakt indien nodig een specificatie bekend van de examenstof van het centraal examen.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft betrekking op domein A en:

- de (sub)domeinen waarop het centraal examen geen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

De examenstof

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Informatievaardigheden

1. De kandidaat kan, mede met behulp van ICT, informatie verwerven, selecteren, verwerken, beoordelen en presenteren.

Subdomein A2: Onderzoeksvaardigheden

2. De kandidaat kan een gegeven probleemsituatie inventariseren, vertalen in een wiskundig model, binnen dat model wiskundige oplostechieken hanteren en de gevonden oplossingen betekenis geven in de context.

Subdomein A3: Technisch-instrumentele vaardigheden

3. De kandidaat kan bij raadplegen, verkennen en presenteren van wiskundige informatie en bij uitvoeren van wiskundige bewerkingen en redeneringen gebruik maken van toepassingen van ICT.

Subdomein A4: Oriëntatie op studie en beroep

4. De kandidaat kan een verband leggen tussen zijn wiskundige kennis, vaardigheden en belangstelling en de rol van wiskunde in vervolgstudies en de praktijk van verschillende beroepen.

Subdomein A5: Algebraïsche vaardigheden

5. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden en formules, heeft daar inzicht in en kan de bewerkingen uitvoeren met, maar ook zonder, gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine.

Domein B: Veranderingen

Subdomein B1: Tabellen

6. De kandidaat kan een tabel opstellen op basis van gegevens uit een tekst, een grafiek, een formule en andere tabellen en tabellen aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere tabellen, grafieken, formules en tekst.

Subdomein B2: Grafieken

7. De kandidaat kan een grafiek tekenen op basis van gegevens uit een tekst, een tabel, een formule of andere grafieken en grafieken aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere grafieken, formules of tekst.

Subdomein B3: Veranderingen

8. De kandidaat kan over een grafiek uitspraken doen over stijgen, dalen, maximum en minimum en is in staat veranderingen te beschrijven middels differenties, hellingen en toenamedigrammen.

Domein C: Tellen en kansen

Subdomein C1: Tellen

9. De kandidaat kan in een tekst beschreven telproblemen visualiseren met een schema of diagram, dergelijke visualiseringen interpreteren en aantallen mogelijkheden berekenen.

Subdomein C2: Kansen

10. De kandidaat kan in een tekst beschreven kansproblemen analyseren, visualiseren met een schema en diagram en kansen berekenen.

Domein D: Statistiek

Subdomein D1: Populatie en steekproef

11. De kandidaat kan bij een gegeven probleemsituatie de populatie aangeven, een gegeven steekproef beoordelen op geschiktheid en een geschikte steekproef kiezen.

Subdomein D2: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens

12. De kandidaat kan waarnemingen verwerken in een geschikte tabel, visualiseren in een geschikt diagram, samenvatten met geschikte centrum- en spreidingsmaten en een gegeven grafische representatie interpreteren.

Subdomein D3: De normale verdeling

13. De kandidaat kan het normale verdelingsmodel gebruiken voor het berekenen van kansen, relatieve frequenties, gemiddelde en standaardafwijking.

Domein E: Verbanden

Subdomein E1: Formules met twee of meer variabelen

14. De kandidaat kan door substitutie in een formule waarden berekenen en een formule opstellen of wijzigen op basis van gegeven informatie.

Subdomein E2: Lineaire verbanden

15. De kandidaat kan bij een lineair verband een formule opstellen en een grafiek tekenen, met lineaire verbanden berekeningen uitvoeren zoals interpolatie en extrapolatie, lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en uitkomsten interpreteren.

Subdomein E3: Exponentiële verbanden

16. De kandidaat kan exponentiële processen herkennen, met formules beschrijven, in grafieken weergeven en er berekeningen aan uitvoeren.

Domein F: Toegepaste analyse

Subdomein F1: Exponentiële functies

17. De kandidaat kan de grafiek van exponentiële functies tekenen in assenstelsels met lineaire of logaritmische schalen, dergelijke grafieken interpreteren en bij exponentiële groeigrafieken een formule opstellen.

Subdomein F2: Gebroken lineaire functies en machtsfuncties

18. De kandidaat kan verbanden van de vorm $y = \frac{a}{x} + b$ en $y = a \cdot x^b$ herkennen, interpreteren en tekenen en vanuit de beschrijving van dergelijke verbanden een formule opstellen.

Domein G: De binomiale verdeling

Subdomein G1: Telproblemen

19. De kandidaat kan permutaties en combinaties onderscheiden en berekenen.

Subdomein G2: Rekenen met kansen

20. De kandidaat kan kansproblemen vertalen naar een vaasmodel en met behulp van rekenregels (somregel, productregel en complementregel) kansen en verwachtingswaarden berekenen.

Subdomein G3: De binomiale verdeling

21. De kandidaat kan geschikte kansexperimenten vertalen naar een binomiaal kansmodel en binnen het model berekeningen uitvoeren.